14 波动光学

任课教师　[曾灏宪]

中原工学院　理学院

内容回顾

光程

- 物理光学的基础内容：干涉和衍射
- 基于相同的分析原理：干涉加强/减弱
- 分析方法：光程

光程 = 几何路径 $\boldsymbol{r}$ × 介质折射率 $\boldsymbol{n}$

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{r_2}{\lambda_2} - \frac{r_1}{\lambda_1}\right) = 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

δ → 光程差

λ → 真空中波长

$$\delta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$\delta \longrightarrow$ 光程差

$\lambda \longrightarrow$ 真空中波长

$$\delta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\pi \\ \pm(2k+1)\cdot\pi \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

相长 ～ 明

相消 ～ 暗

$\Updownarrow$ 等价

$$\delta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

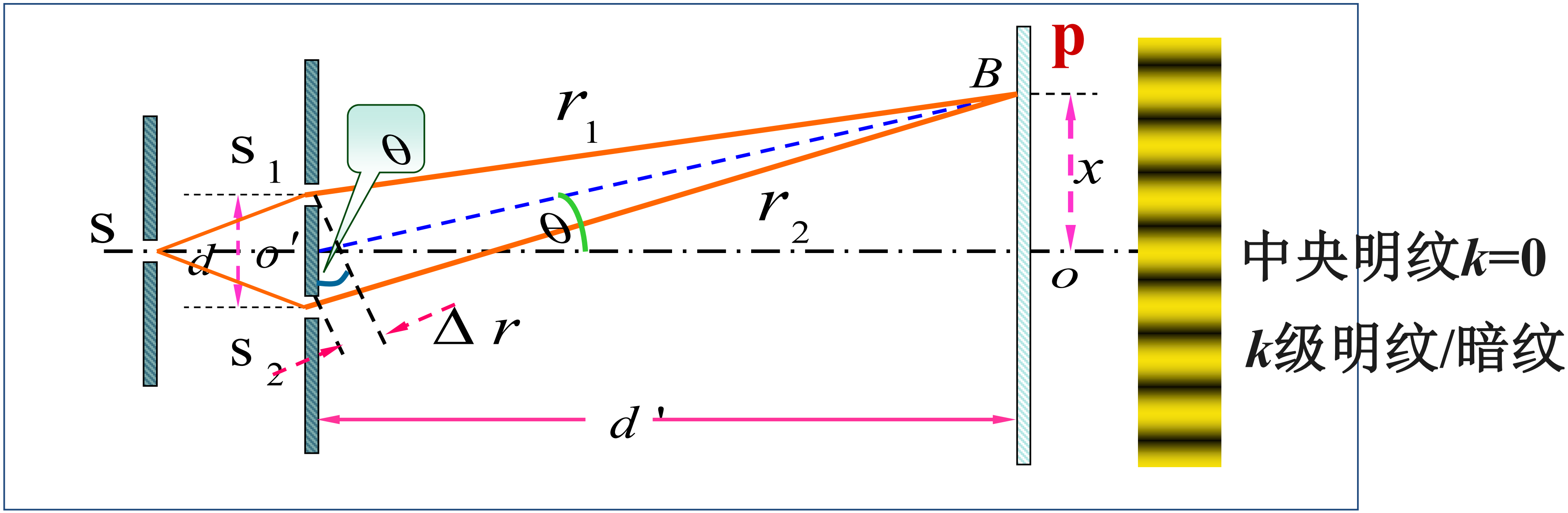
明纹

暗纹

干涉举例

- 杨氏双缝干涉
- 薄膜干涉
  - 等倾干涉
    - 迈克尔逊干涉仪
  - 等厚干涉
    - 增反膜/增透膜
    - 劈尖
    - 牛顿环

杨氏双缝干涉



光程计算：此处装置在真空中，折射率 $n=1$。

- $$\Delta r = nd\sin\theta \approx \begin{cases} \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} & \text{加强} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{减弱} \end{cases} \qquad k=0,1,2,\cdots$$

k 取值与条纹级次一致

x, d, d', n, λ 的关系

- 干涉明纹/暗纹位置

$$x=\begin{cases}\pm k\dfrac{d'}{d}\lambda & \text{明纹}\\[2ex] \pm\dfrac{d'}{d}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\end{cases}\qquad k=0,1,2,\cdots$$

- 条纹间距

$$\Delta x = x_{k+1}-x_k=\frac{d'\lambda}{d}\qquad(\Delta k=1)$$

大学物理（下）

14　波动光学

14.3 薄膜干涉

分析思路

几何关系 ⇨ 光程差 $\boldsymbol{\delta}$

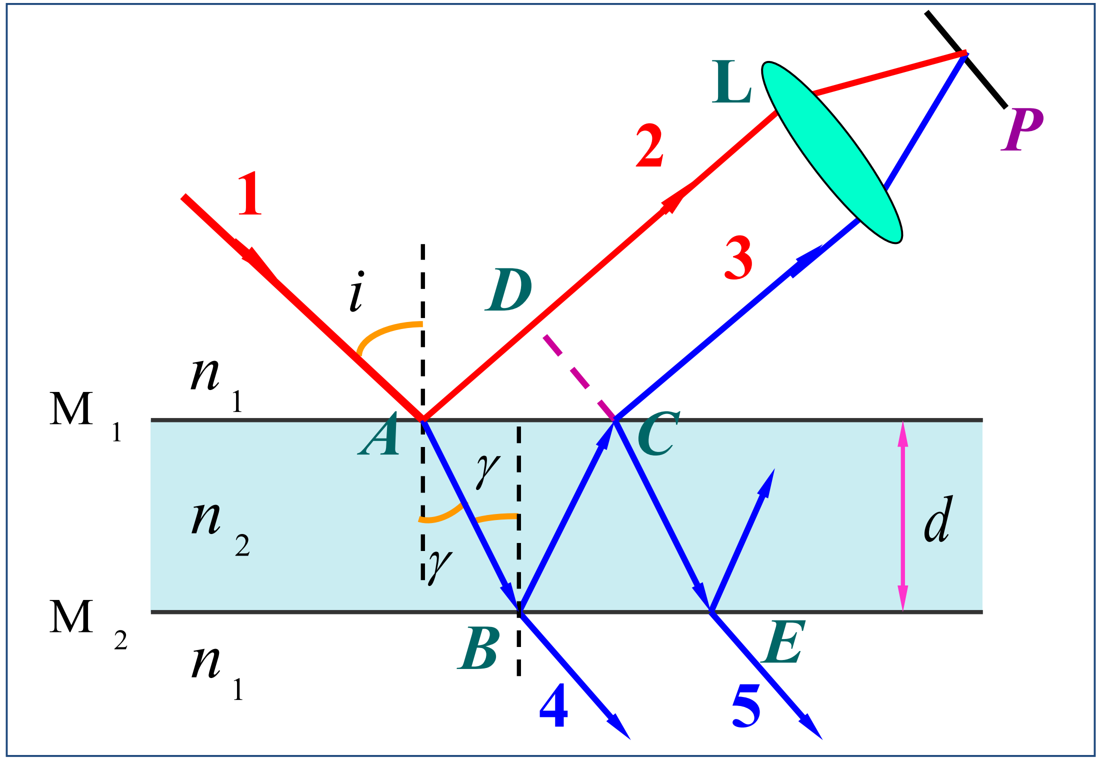
干涉的长消条件

⇨ 干涉条纹特征

$$\delta = \begin{cases} \pm 2\boldsymbol{k} \cdot \dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{2}} & \text{明纹} \\ \pm(\mathbf{2}\boldsymbol{k}+\mathbf{1}) \cdot \dfrac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{2}} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad \boldsymbol{k} = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \cdots$$

一　薄膜干涉的光程差

利用薄膜上、下两个表面对入射光的反射和折射，可在反射方向(或透射方向)获得相干光束。



$n_2 > n_1 \qquad CD \perp AD$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma$$

$$\Delta_{32} = n_2(AB + BC) - n_1 AD \boxed{+\frac{\lambda}{2}}$$

半波损失的位置？

$$AB = BC = d / \cos \gamma$$

$$AD = AC \sin i = 2d \cdot \tan \gamma \cdot \sin i$$

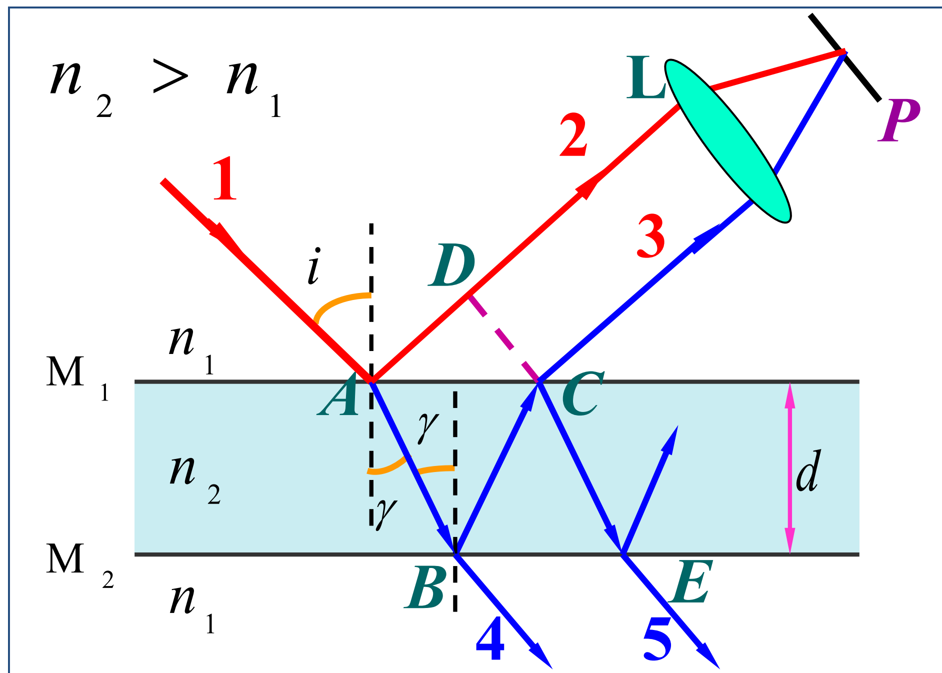
$$\delta_{32}=\frac{2d}{\cos\gamma}n_2\left(1-\sin^2\gamma\right)+\frac{\lambda}{2}=2n_2d\cos\gamma+\frac{\lambda}{2}$$

用入射角表示反射光的光程差

$$2n_2d\cos\gamma=2n_2d\sqrt{1-\sin^2\gamma}=2d\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}$$

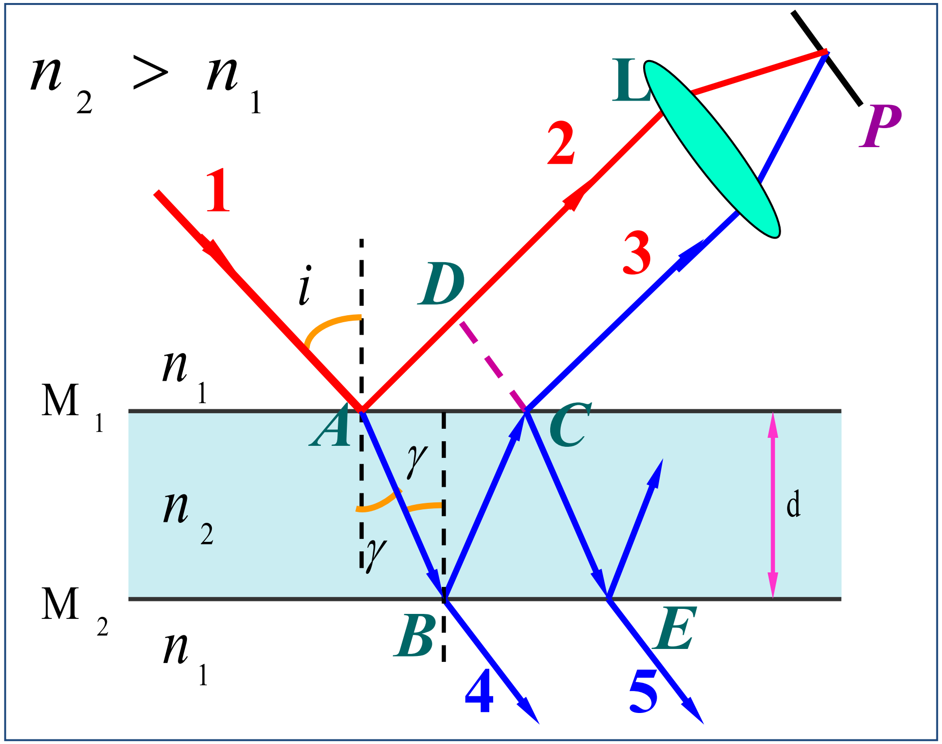
$$\boxed{\delta_r=2d\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}}$$

$$\delta_r=\begin{cases}k\lambda & (k=1,2,\cdots) \quad \text{加强}\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\cdots) \quad \text{减弱}\end{cases}$$



$$\Delta_{反} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \boxed{\lambda/2}$$

根据具体情况而定



半波损失的确定

一般情况下：

- 两个面的反射都有半波损失 →不加 $\lambda/2$

- 两个面的反射只有一个面上有半波损失 →加上 $\lambda/2$

➢ 透射光的光程差

$$\Delta_t = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

反射光和透射光的光程差总相差 $\frac{\lambda}{2}$

注意：对同一入射光来说，当反射方向干涉加强时，在透射方向就干涉减弱，符合能量守恒定律。

讨论： 若λ、n_1、n_2一定，Δ与 d、i 有关

$$\Delta_{反} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda/2$$

(1) 薄膜厚度均匀(d 一定)，Δ 随入射角 i 变化

同一入射角 i 对应同一干涉条纹
不同入射角 对应不同条纹
干涉条纹为一组同心圆环

$\Big\}$ **等倾干涉**

(2) 入射角 i 一定(平行光入射)，Δ 随薄膜厚度 d 变化

薄膜同一厚度处对应同一干涉条纹
薄膜不同厚度处对应不同干涉条纹
条纹形状与薄膜等厚线相同

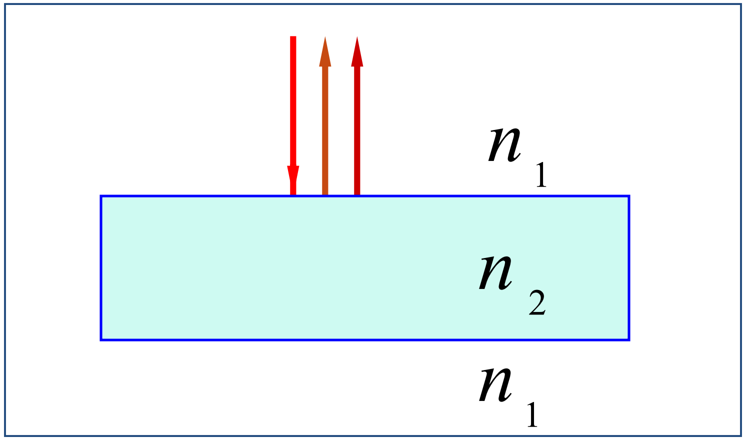
$\Big\}$ **等厚干涉**

$$\Delta_{反} = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \lambda / 2$$

当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

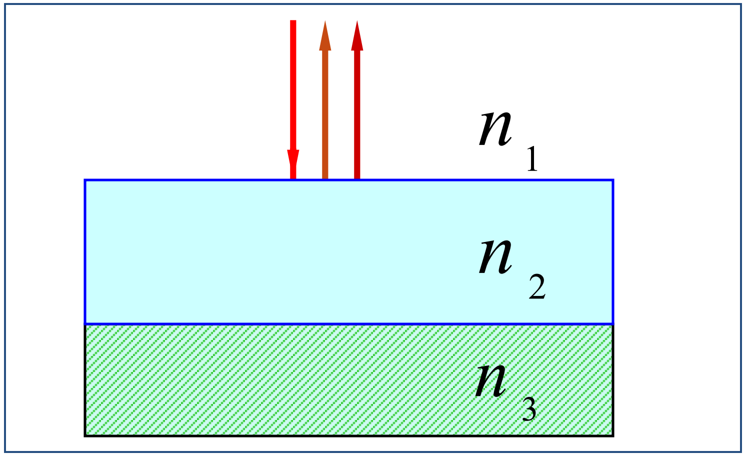
如果 $n_2 > n_1$

$$\Delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2}$$



如果 $n_3 > n_2 > n_1$

$$\Delta_r = 2dn_2$$



增透膜和增反膜

增透膜：

利用薄膜上、下表面反射光的光程差符合相消干涉条件来减少反射，从而使透射增强。

增反膜：

利用薄膜上、下表面反射光的光程差满足相长干涉，因此反射光因干涉而加强。

利用薄膜干涉可以提高光学器件的透光率．

练习与例题

增透膜、增反膜

例1 在金属铝的表面，经常利用阳极氧化等方法形成一层透明的氧化铝（Al_2O_3）薄膜，其折射率$n = 1.80$. 设一磨光的铝片表面形成了厚度$d = 250\text{nm}$的透明氧化铝薄层，问在日光下观察，其表面呈现什么颜色？（设白光垂直照射到铝片上，铝的折射率小于氧化铝的折射率）

解：$$\Delta_{12} = 2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad k = 1,2,\cdots$$

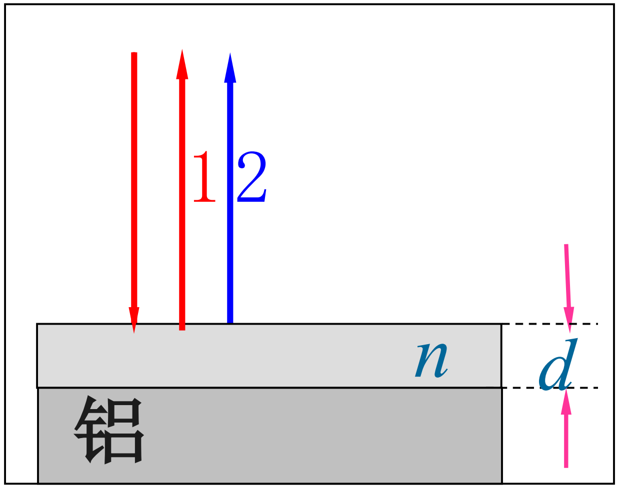
$$\lambda = \frac{2nd}{k - \frac{1}{2}}$$

$k = 1,\ \lambda = 1800\ \text{nm}$

$k = 2,\ \lambda = 600\ \text{nm}$

$k = 3,\ \lambda = 300\ \text{nm}$

表面呈橙红色



例2 一油轮漏出的油(折射率 n_1=1.20)污染了某海域, 在海水(n_2 =1.30)表面形成一层薄薄的油污.

(1) 如果太阳正位于海域上空,一直升飞机的驾驶员从机上向下观察,他所正对的油层厚度为460nm,则他将观察到油层呈什么颜色?

(2) 如果一潜水员潜入该区域水下,又将看到油层呈什么颜色?

解 (1) $\Delta_r = 2dn_1 = k\lambda \qquad \lambda = \dfrac{2n_1 d}{k}, \quad k = 1, 2, \cdots$

$$k = 1, \qquad \lambda = 2n_1 d = 1104 \text{ nm}$$

$$k = 2, \qquad \lambda = n_1 d = 552 \text{ nm}$$

绿色

$$k = 3, \qquad \lambda = \frac{2}{3} n_1 d = 368 \text{ nm}$$

(2) 透射光的光程差 $\Delta_t = 2dn_1 + \lambda/2 = k\lambda$

$$k = 1, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{1 - 1/2} = 2208 \ \text{nm}$$

紫红色

$$k = 2, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{2 - 1/2} = 736 \ \text{nm}$$

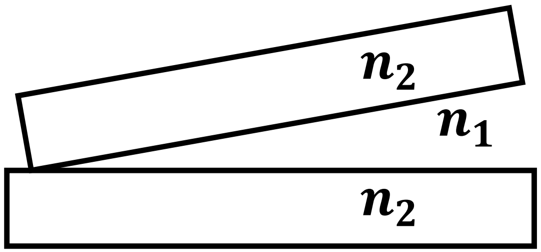
红光

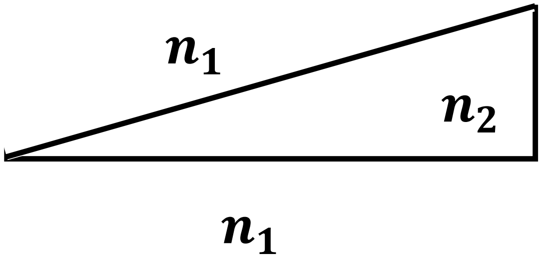
$$k = 3, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{3 - 1/2} = 441.6 \ \text{nm}$$

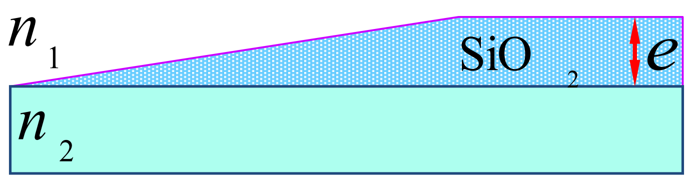
紫光

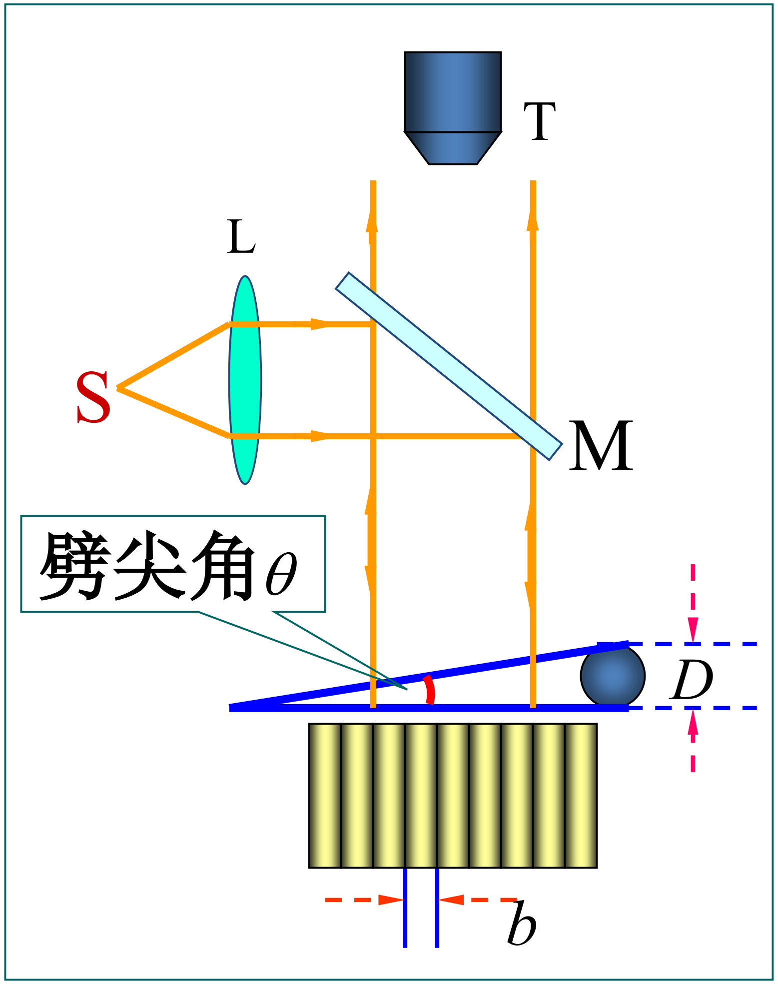
$$k = 4, \quad \lambda = \frac{2n_1 d}{4 - 1/2} = 315.4 \ \text{nm}$$

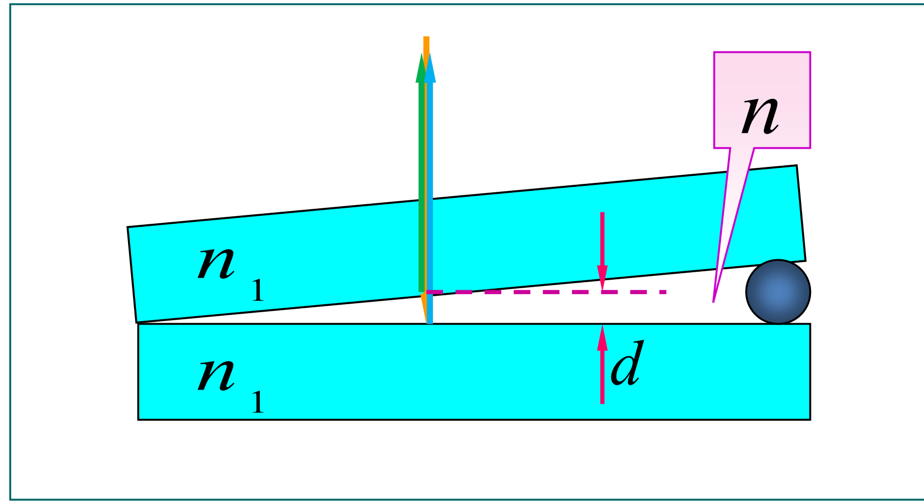
二　劈尖









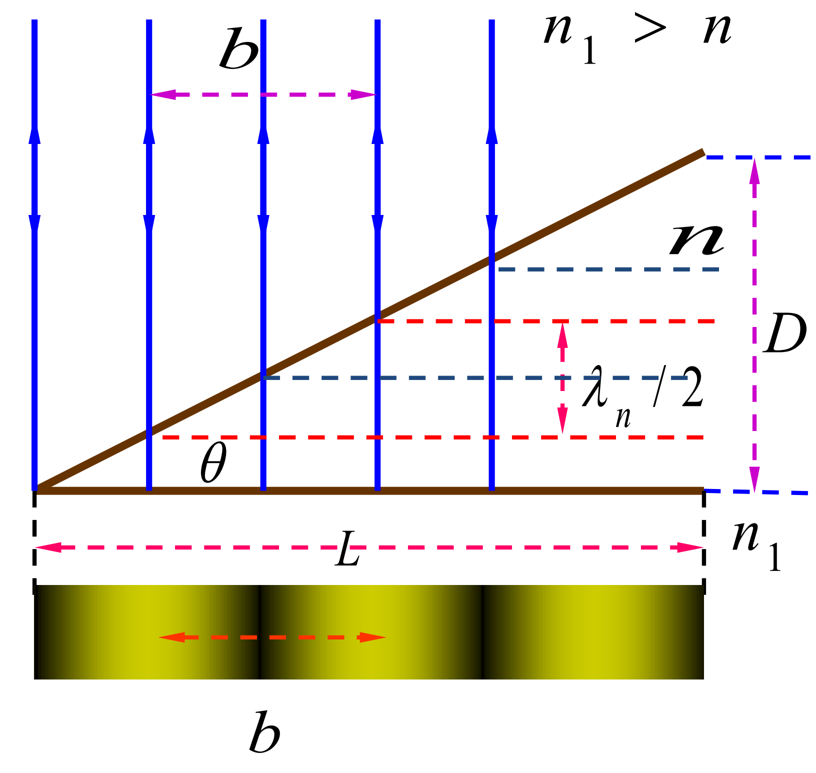


光程差

$$\Delta = 2nd + \boxed{\frac{\lambda}{2}} \Leftarrow \boxed{\because \ n < n_1}$$

$$\Delta = \begin{cases} k\lambda, \quad k = 1,2,\cdots & \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,\cdots & \text{暗纹} \end{cases}$$

劈尖上厚度相同的地方，两相干光的光程差相同，对应一定 k 值的明或暗条纹——等厚干涉



劈尖干涉

讨论：

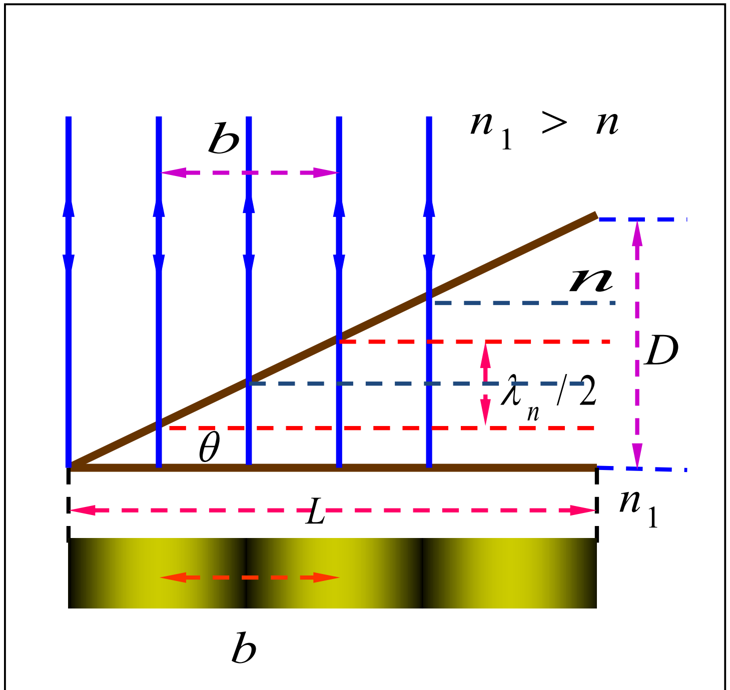
1）棱边处 $d = 0$

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$ 为暗纹.

2）膜厚度与条纹关系

$$d = \begin{cases} (k - \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2n} & \text{（明纹）} \\ k\lambda/2n & \text{（暗纹）} \end{cases}$$

3）相邻明纹（暗纹）间的厚度差



劈尖干涉

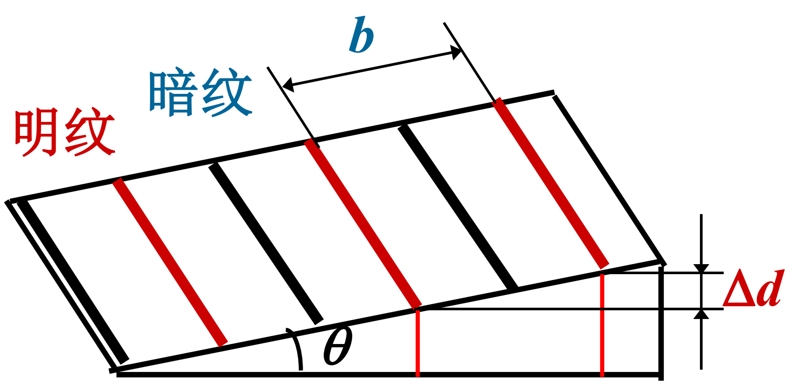
$$d_{i+1} - d_i = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}$$

为该膜内光波长的一半

$$\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta = D/L \qquad \theta \approx \frac{\lambda_n/2}{b}$$

$$D = \frac{\lambda_n}{2b} L = \frac{\lambda}{2nb} L$$

4）条纹间距（明纹或暗纹）



$$b = \frac{\Delta d}{\sin\theta} = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$$

条纹等间距分布

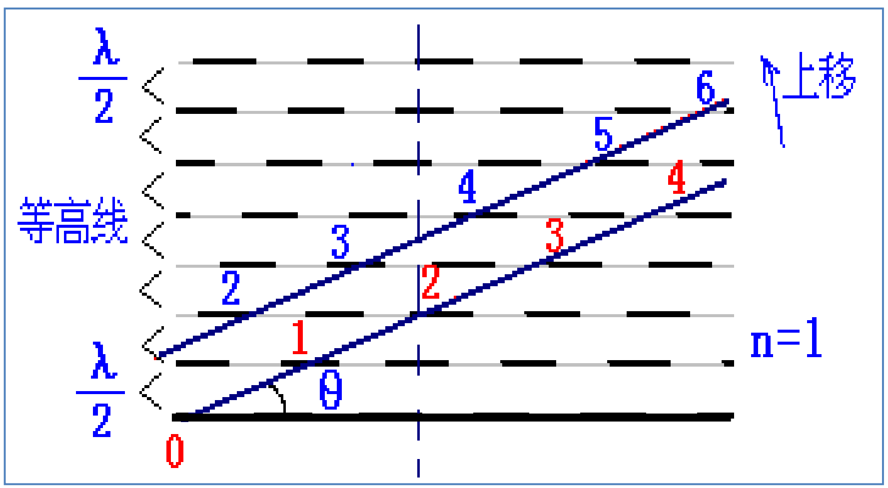
5）干涉条纹的移动　变化：　静态 $b=\dfrac{\Delta d}{\sin\theta}=\dfrac{\lambda}{2n\theta}$

n、λ 一定，$\theta\uparrow$　$b\downarrow$　条纹变密

n、θ 一定，$\lambda\uparrow$　$b\uparrow$　$b_{红}>b_{紫}$　白光入射出现彩条

λ、θ 一定，$n\uparrow$　$b\downarrow$　空气劈尖充水条纹变密

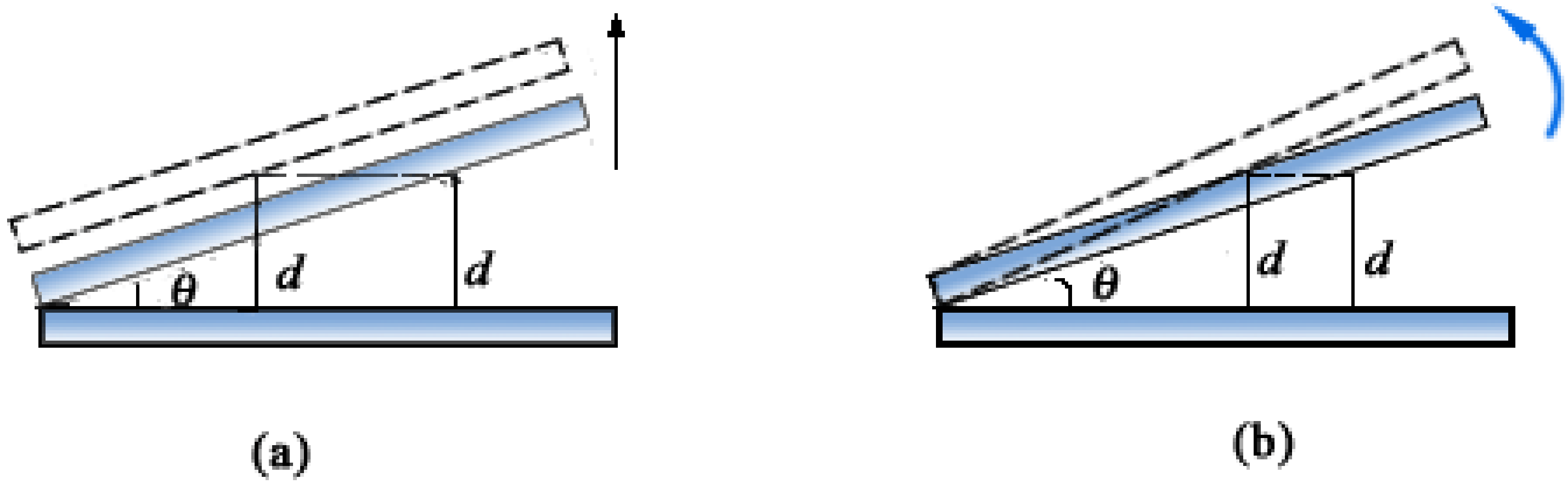
动态：　思考　劈尖上表面平行上移，条纹如何变化？



θ 不变　条纹宽度不变

条纹左移（向棱边方向移）

$$b = \frac{\Delta d}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$$



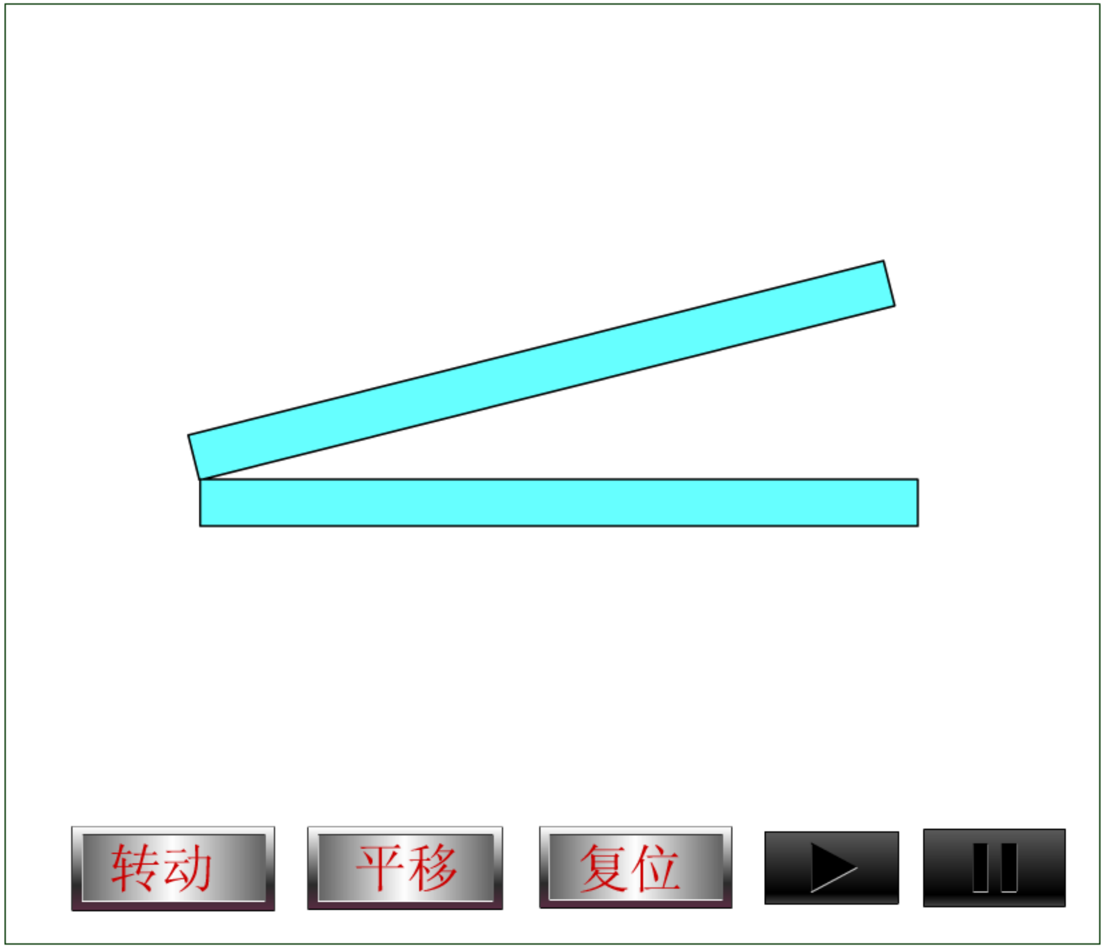
(a) 因为空气膜厚度为 *d* 的位置向棱边移动，故对应的条纹将向棱边方向平移。

(b) 若让劈尖夹角逐渐增大，则条纹间距 b 逐渐减小，条纹向棱边处密集。

每一条纹对应劈尖内的一个厚度，当此厚度位置改变时，对应的条纹随之移动. $b=\frac{\Delta d}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n\theta}$

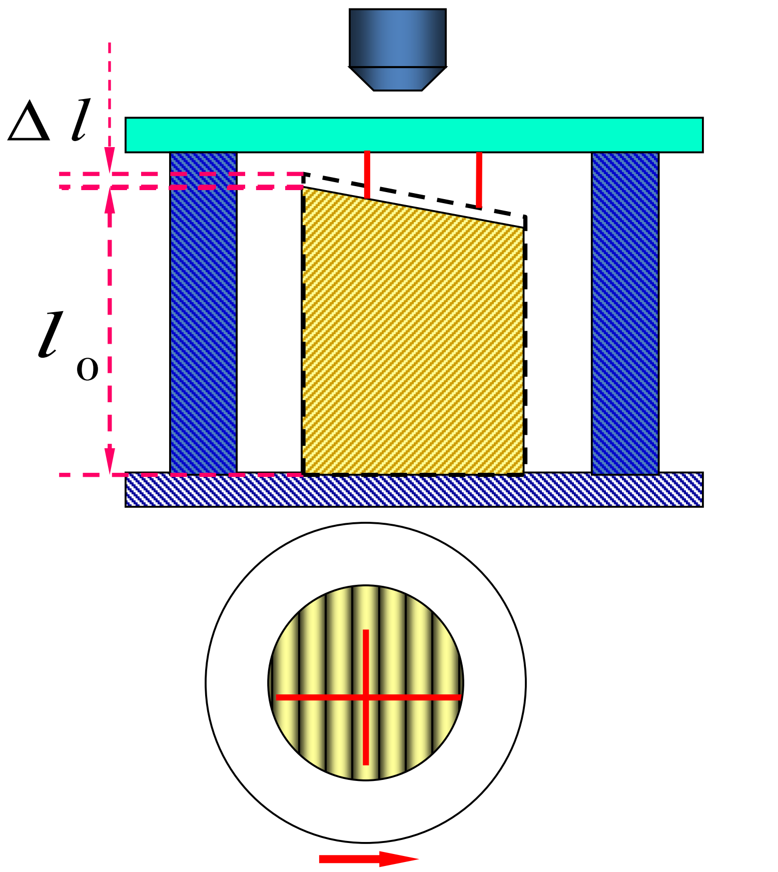
薄膜厚度增加时，条纹向棱边移动。

薄膜的 θ 增加时，条纹变密，θ 减小时条纹变疏。



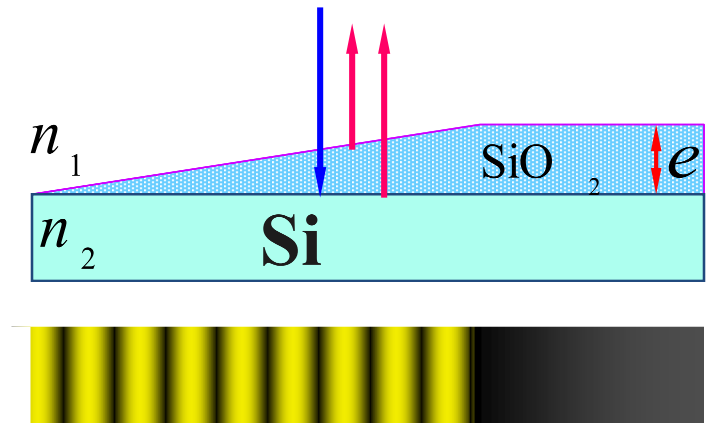
劈尖干涉的应用

1）干涉膨胀仪



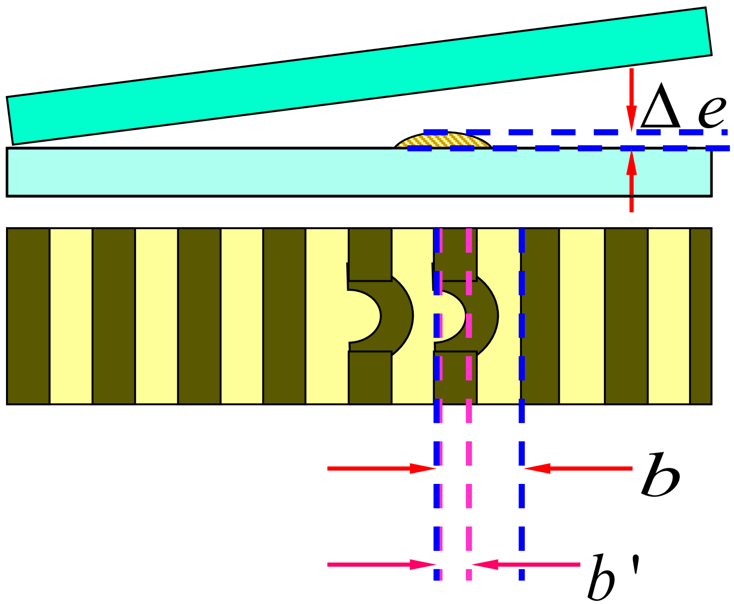
$$\Delta l = N\frac{\lambda}{2}$$

2）测膜厚

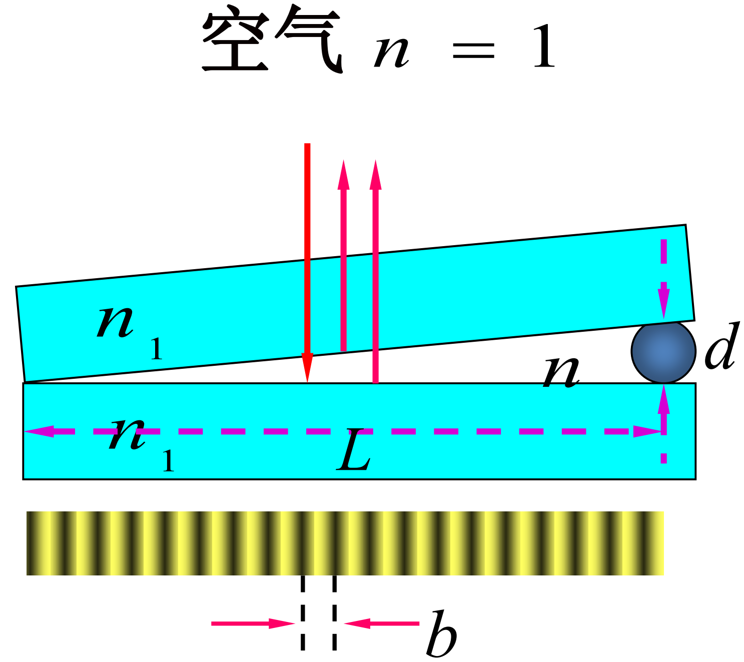


$$e = N\frac{\lambda}{2n_1}$$

3）检验光学元件表面的平整度



4）测细丝的直径/劈尖角



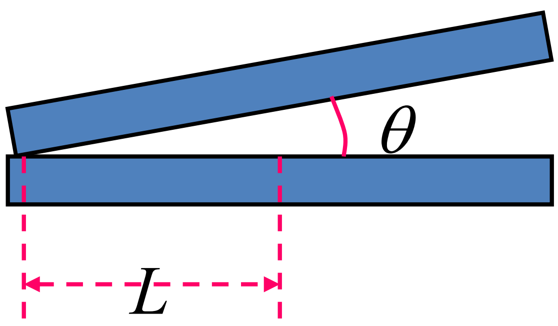
$$\frac{b'}{b}=\frac{\Delta e}{\lambda/2} \qquad \Delta e=\frac{b'}{b}\frac{\lambda}{2}$$

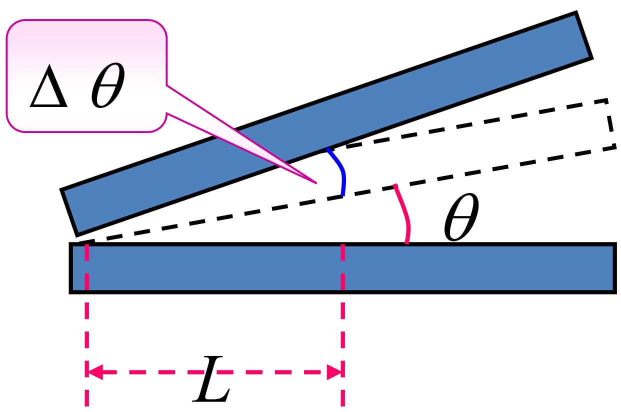
$$d=\frac{\lambda_n}{2b}L=\frac{\lambda}{2nb}L=\frac{\lambda}{2\mathrm{b}}L$$

练习与例题

膀尖

例：用波长为λ 的单色光垂直照射到空气劈尖上，从反射光中观察干涉条纹，距顶点为 L 处是暗纹，使劈尖角 θ 连续变大，直到该处再次出现暗条纹为止，**求**劈尖角的改变量 $\Delta\theta$ 。





$$\Delta\theta = \lambda / 2L$$

例 两个几何形状完全相同的劈尖：一个是由空气中玻璃形成；另一个是夹在玻璃中的空气形成，当用相同的单色光分别垂直照射它们时，产生干涉条纹间距大的是：

$$b=\frac{\Delta d}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}\approx\frac{\lambda}{2n\theta}$$

（1）空气中的玻璃劈尖

（2）玻璃夹层中的空气劈尖

（3）两个劈尖干涉条纹间距相等

（4）观察不到玻璃劈尖的干涉条纹

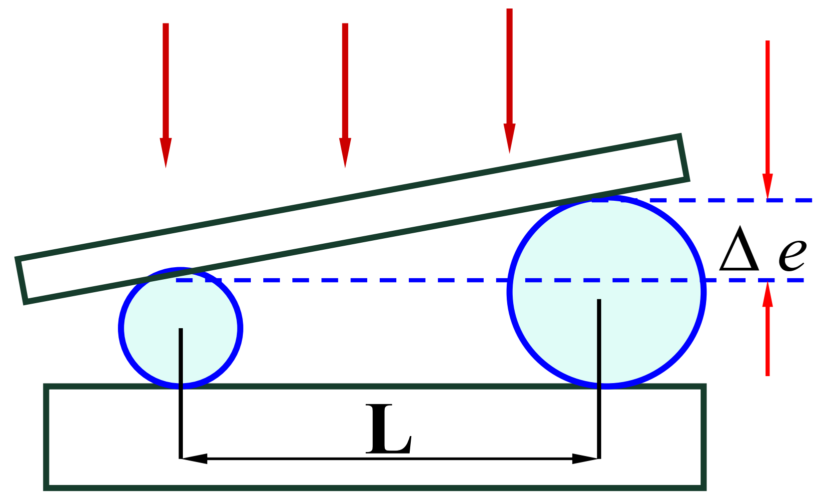
例 如图示两个直径有微小差别的彼此平行的滚柱之间的距离为 L，夹在两块平晶的中间，形成空气劈尖，当单色光垂直入射时，产生等厚干涉条纹，如果滚柱之间的距离 L 变小，则在 L 范围内干涉条纹:

（1）数目减少，间距变大

（2）数目不变，间距变小

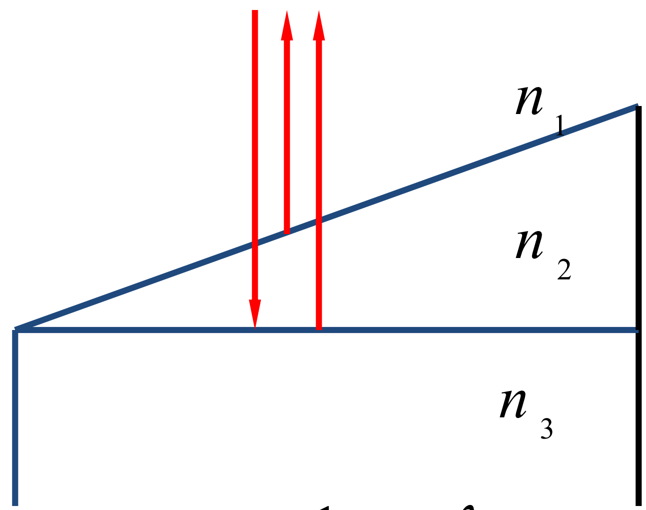
（3）数目增加，间距变小

（4）数目减少，间距不变



滚柱之间的距离变小，劈间角变大；Δe 不变.

例　用波长为 λ 的单色光垂直照射折射率为 n_2 的劈尖薄膜如图. 图中各部分折射率的关系是 $n_1 < n_2 < n_3$，观察反射光的干涉条纹，从劈尖顶开始向右数第 5 条暗条纹中心所对应的厚度 e 为 $\underline{9\lambda/4n_2}$



暗条纹

$$\Delta_r = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

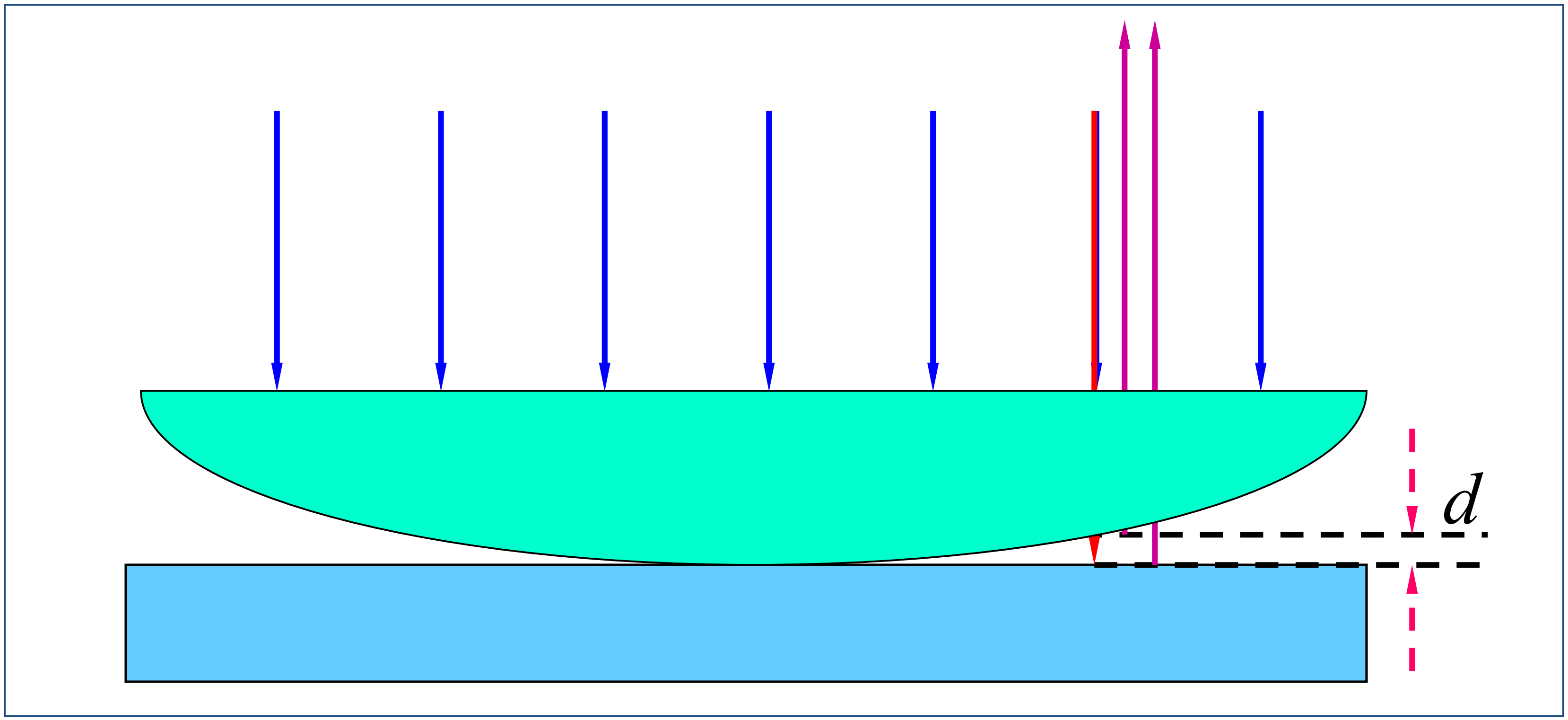
$$k = 0,1,2,\cdots$$

第 5 条暗条纹 $k = 4$

$$e = (4 + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2n_2}$$

三　牛顿环

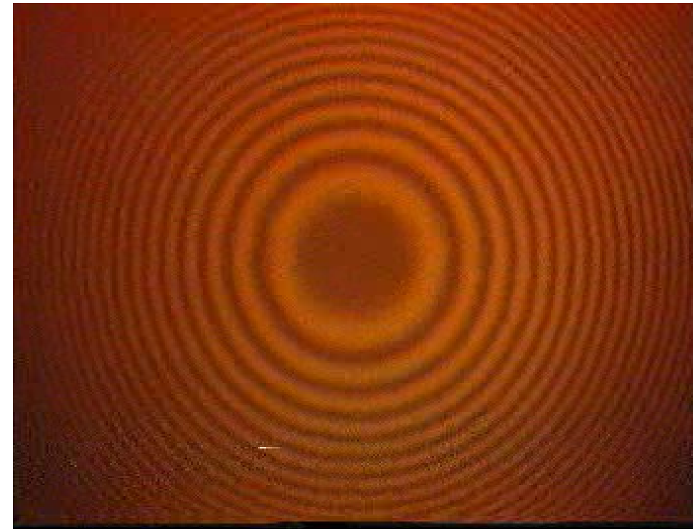
由一块平板玻璃和一平凸透镜组成

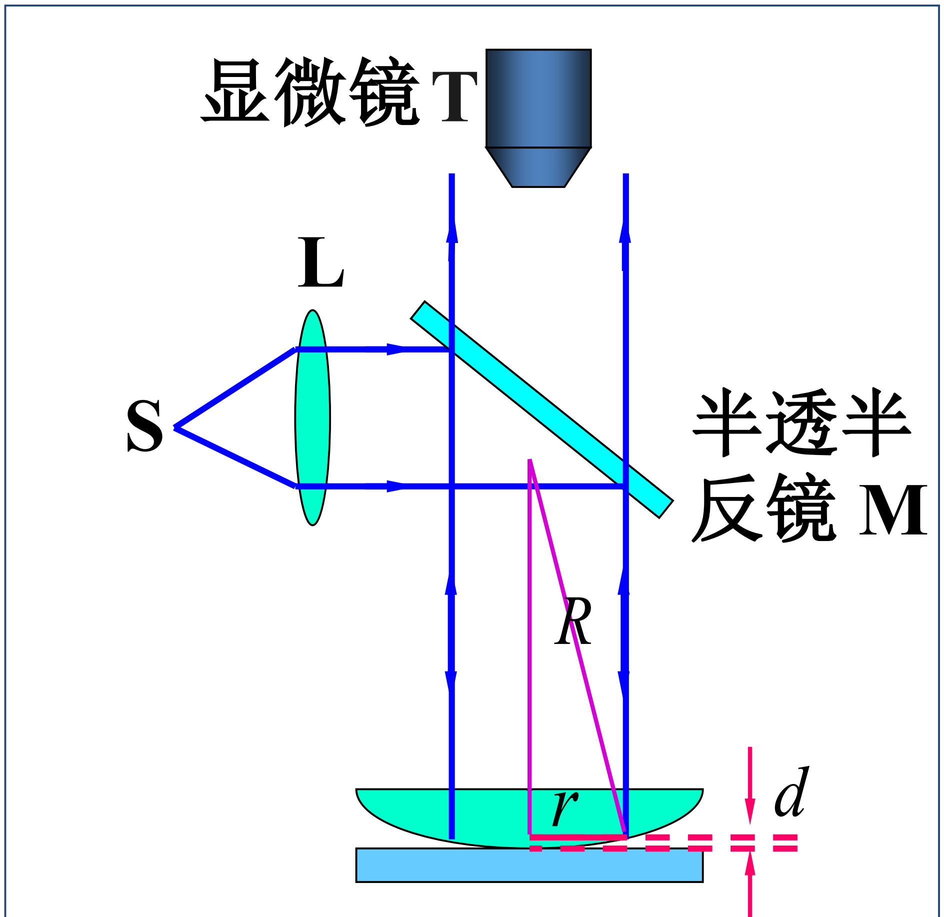


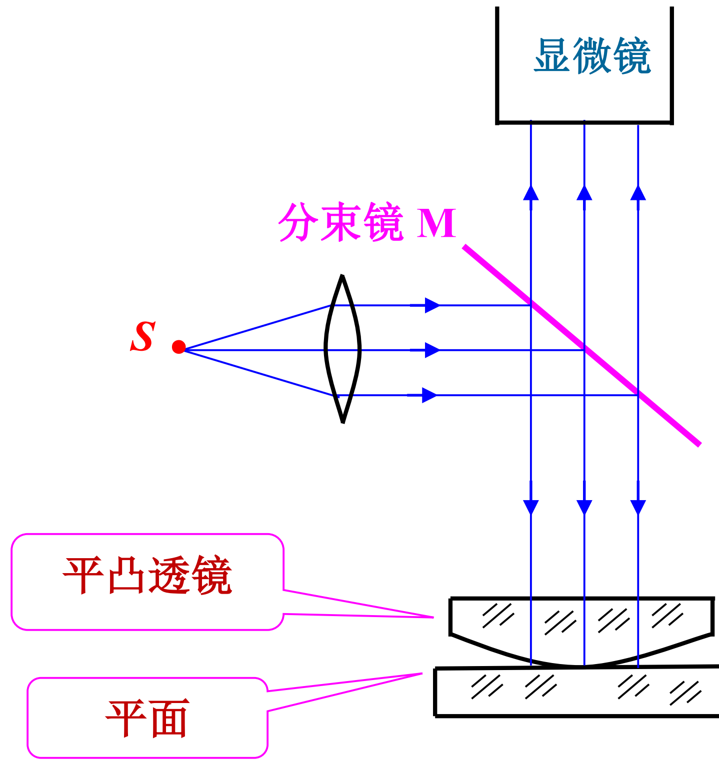
$\boxed{\text{光程差}}$ $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$

实验装置及光路

一束单色平行光垂直照射到此装置上时，所呈现的等厚条纹是一组以接触点 O 为中心的同心圆环。

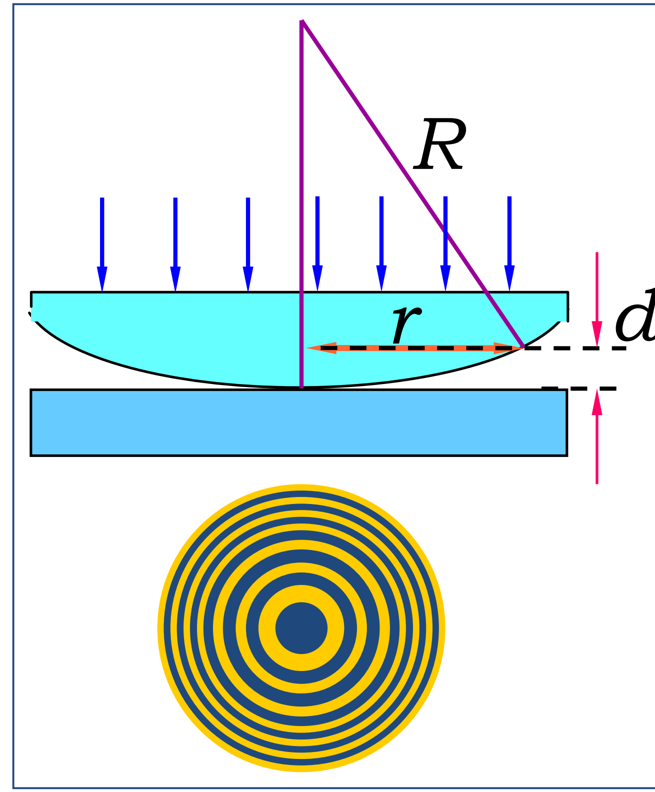






光程差 $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$

$$\Delta = \begin{cases} k\lambda \quad (k = 1,2,\cdots) & \text{明纹} \\ (k+\frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0,1,\cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$



$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2dR - d^2$$

$\boldsymbol{R \gg d \Rightarrow r^2 \approx 2dR}$

$$r = \sqrt{2dR} = \sqrt{(\Delta - \frac{\lambda}{2})R} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda} & \text{明环半径} \\ r = \sqrt{kR\lambda} & \text{暗环半径} \end{cases}$$

讨论

明环半径	$r=\sqrt{(k-\frac{1}{2})R\lambda}$	$(k=1,2,3,\cdots)$
暗环半径	$r=\sqrt{kR\lambda}$	$(k=0,1,2,\cdots)$

1）从反射光中观测，中心点是暗点还是亮点？

r=0，k=0，暗纹　　由中心向外条纹级次逐渐增大

2）条纹间距不等，内疏，外密。

$$\Delta r=r_{k+1}-r_k=\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)\sqrt{R\lambda}$$

3）将牛顿环置于 $n>1$ 的液体中，条纹如何变？

r↓，条纹变密

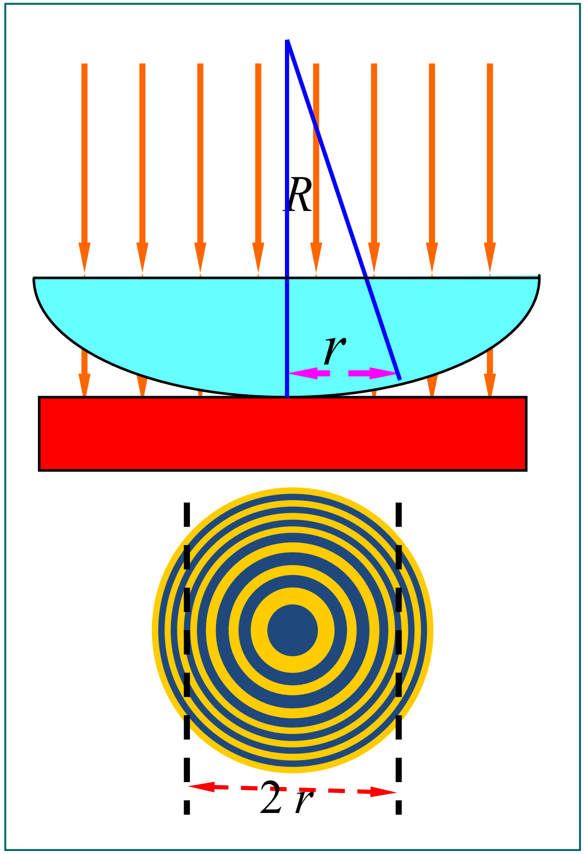
4）平凸透镜上移，d↑，光程差↑，k↑，条纹间距↓，条纹向内收缩，中心吞条纹。

牛顿环的应用

依据公式 $r = \sqrt{kR\lambda}$

可得 $\boxed{r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda}$

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$$



1）测透镜球面的半径 *R* ：

已知λ，测 m、r_{k+m}、r_k，可得R 。

2）测波长 λ：

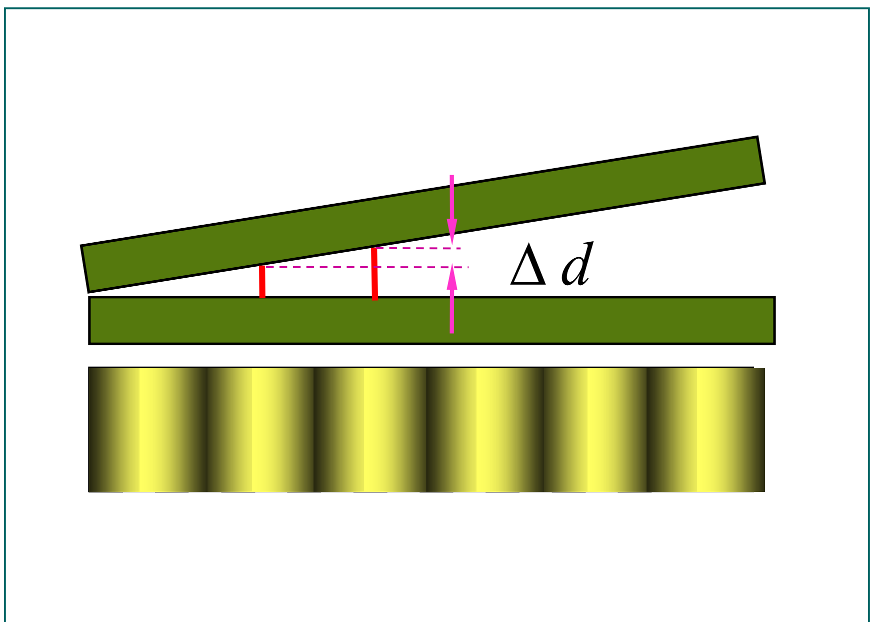
已知R，测出 m 、 r_{k+m}、r_k，可得λ。

薄膜等厚干涉总结

1）干涉条纹为光程差相同的点的轨迹

入射角i一定(平行光入射)，Δ随薄膜厚度d变化，称为等厚干涉，条纹形状与薄膜等厚线相同

薄膜厚度均匀(d一定)，Δ随入射角i变化，称为等倾干涉，干涉条纹为一组同心圆环



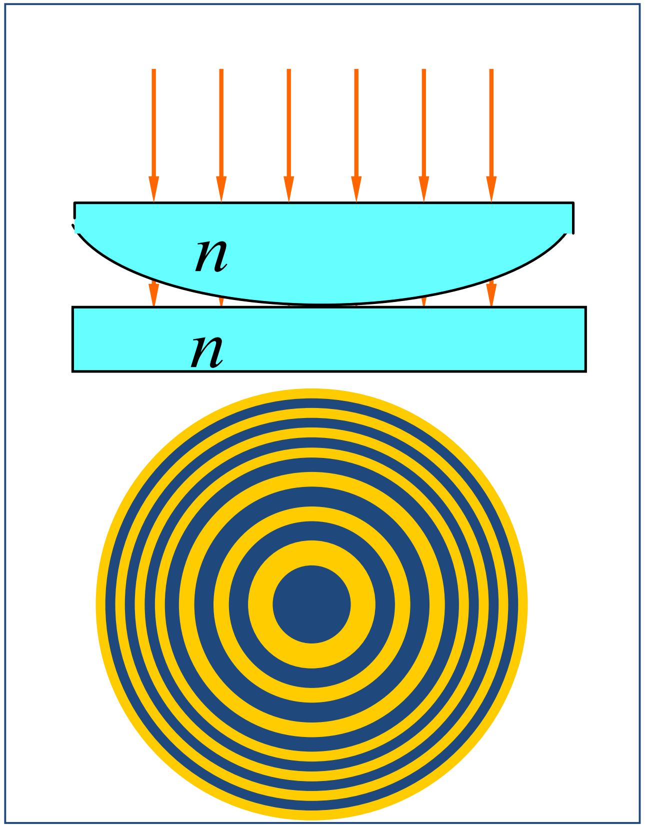
相邻明（暗）纹对应薄膜厚度差：

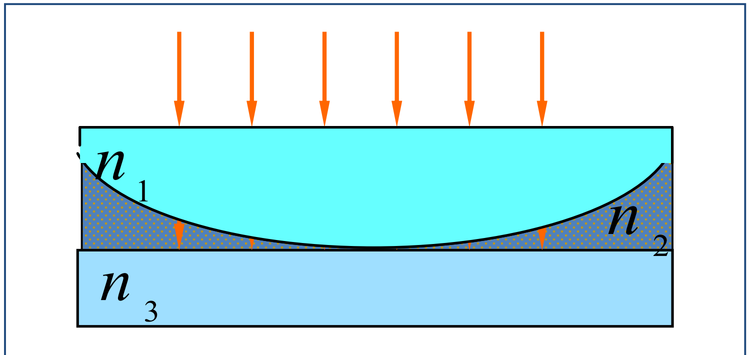
$$\boxed{\Delta d = \frac{\lambda}{2n}}$$

2）厚度线性增长时条纹等间距，厚度非线性增长条纹不等间距

3）条纹的移动分析（ n, λ, θ 变化时）

4）半波损失需具体问题具体分析

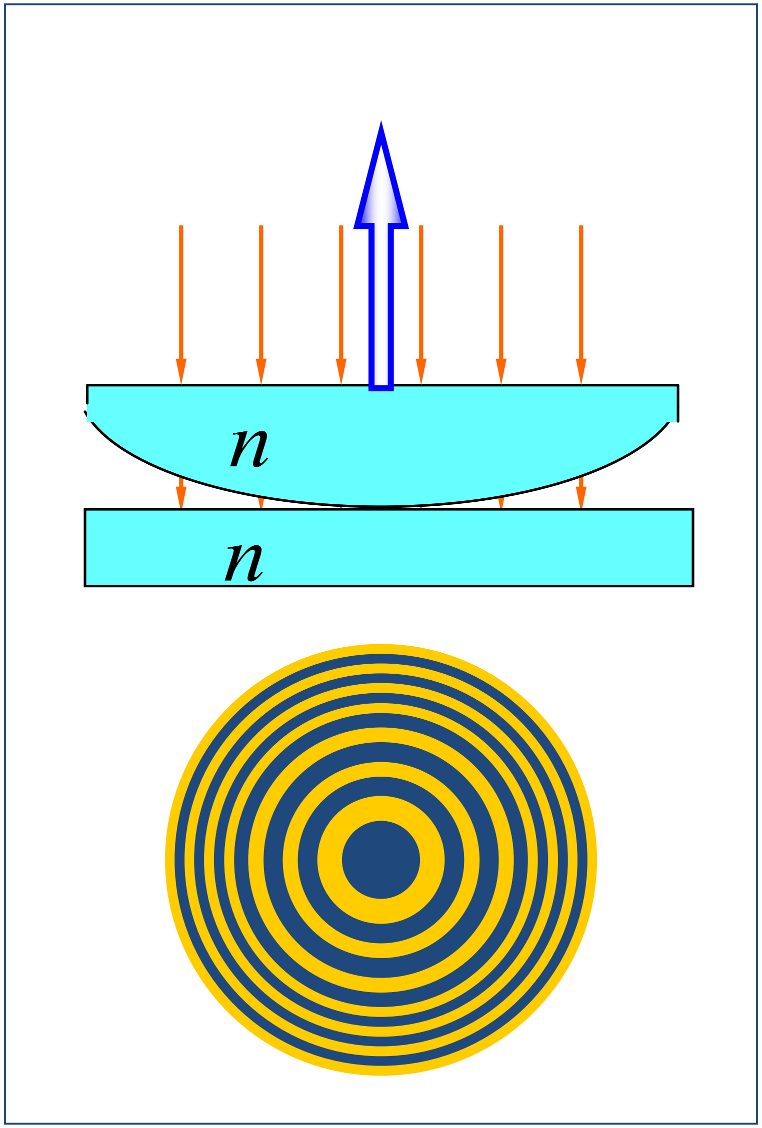




$n_1 < n_2 < n_3$

练习与例题

牛顿环



例 如图，用单色光垂直照射在观察牛顿环的装置上，当平凸透镜垂直 向上缓慢平移远离平面玻璃时 ，可以观察到这些环状干涉条纹

（1）向右平移；

（2）向中心收缩；

（3）向外扩张；

（4）静止不动；

（5）向左平移.

例　若在牛顿环装置的透镜和平板玻璃板间充满某种折射率大于透镜折射率而小于平板玻璃的某种液体，则从入射光方向所观察到的牛顿环的环心是

（1）暗斑

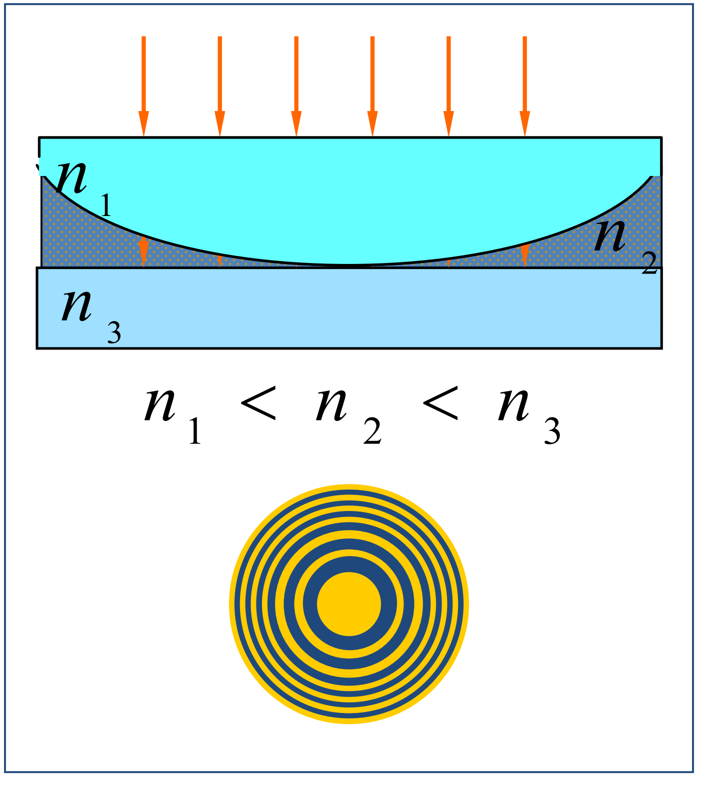
（2）明斑

（3）半明半暗的斑

（4）干涉现象消失

$$\Delta_r = 2 n_2 e$$

$$e = 0, \qquad \Delta_r = 0$$



例1 用氦氖激光器发出的波长为633nm的单色光做牛顿环实验，测得第 k 个暗环的半径为5.63mm，第 k+5 暗环的半径为7.96mm，求平凸透镜的曲率半径R.

解

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$

$$r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$$

$$5R\lambda = \left(r_{k+5}^2 - r_k^2\right)$$

$$R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda} = 10.0\,\mathrm{m}$$

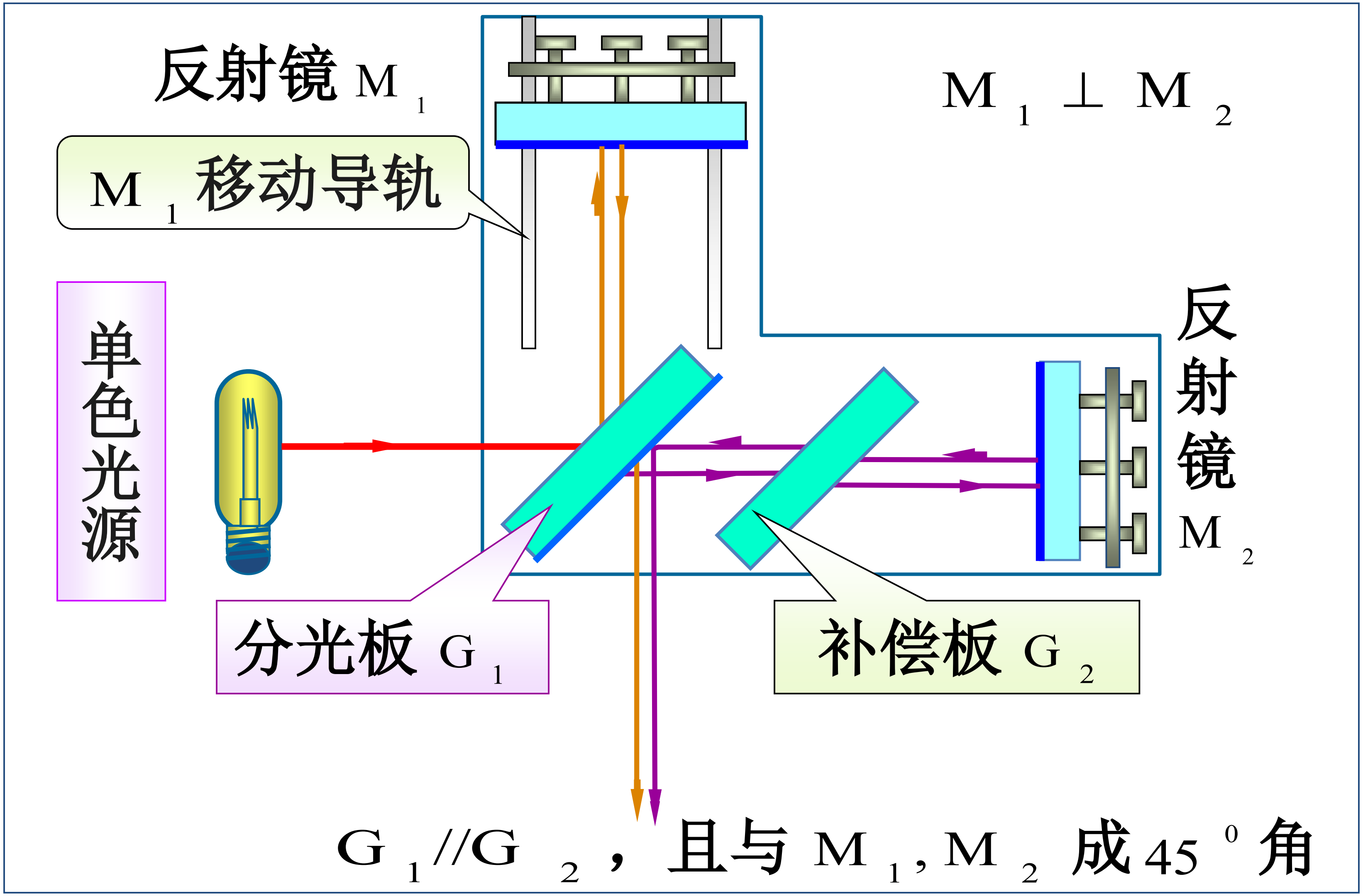
大学物理（下）

14　波动光学

14.4 迈克尔孙干涉仪

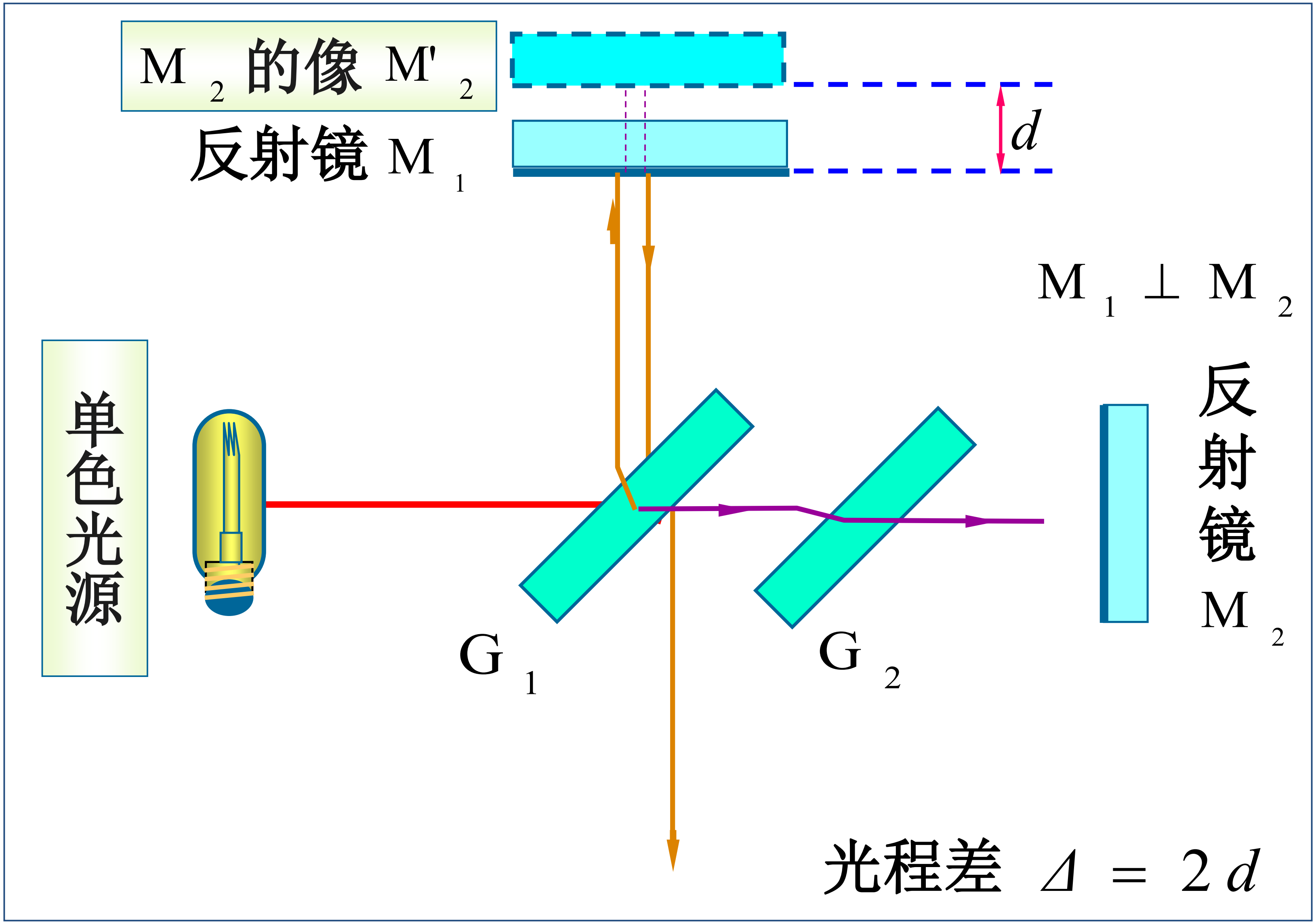
迈克耳孙干涉仪实验装置

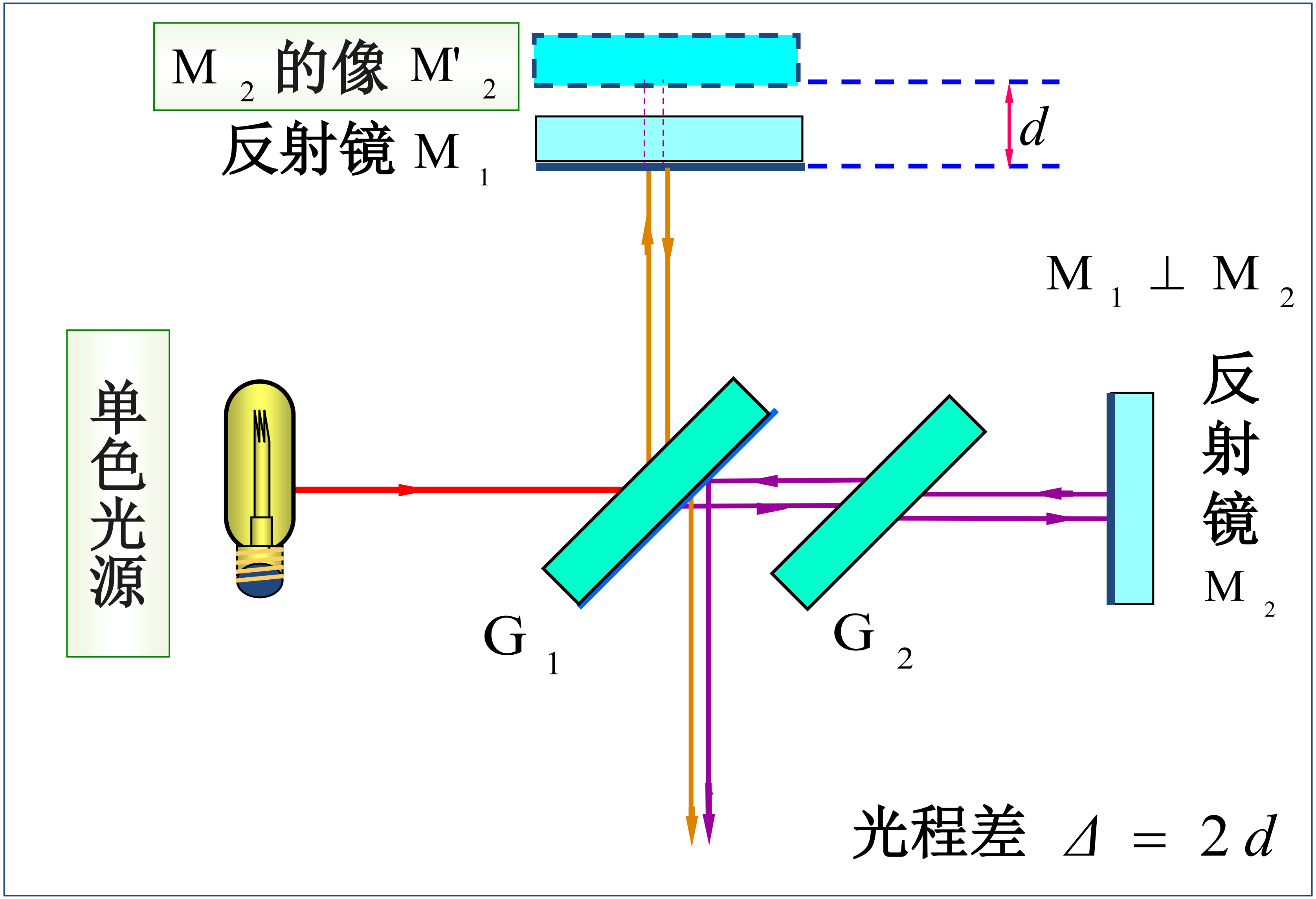
1. 迈克耳孙干涉仪结构



G1一侧镀有半透半反的薄银层

2. 工作原理



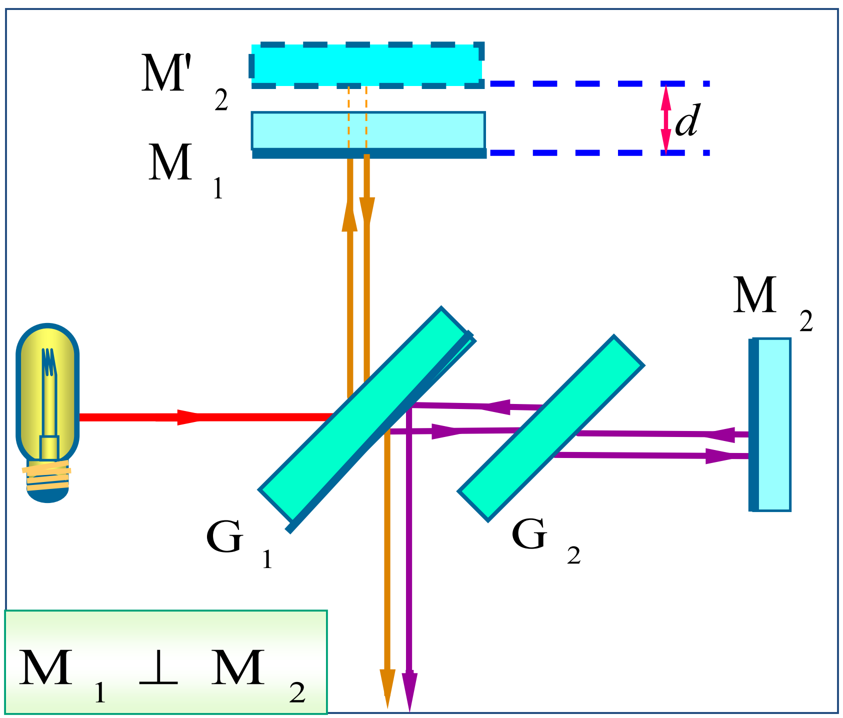


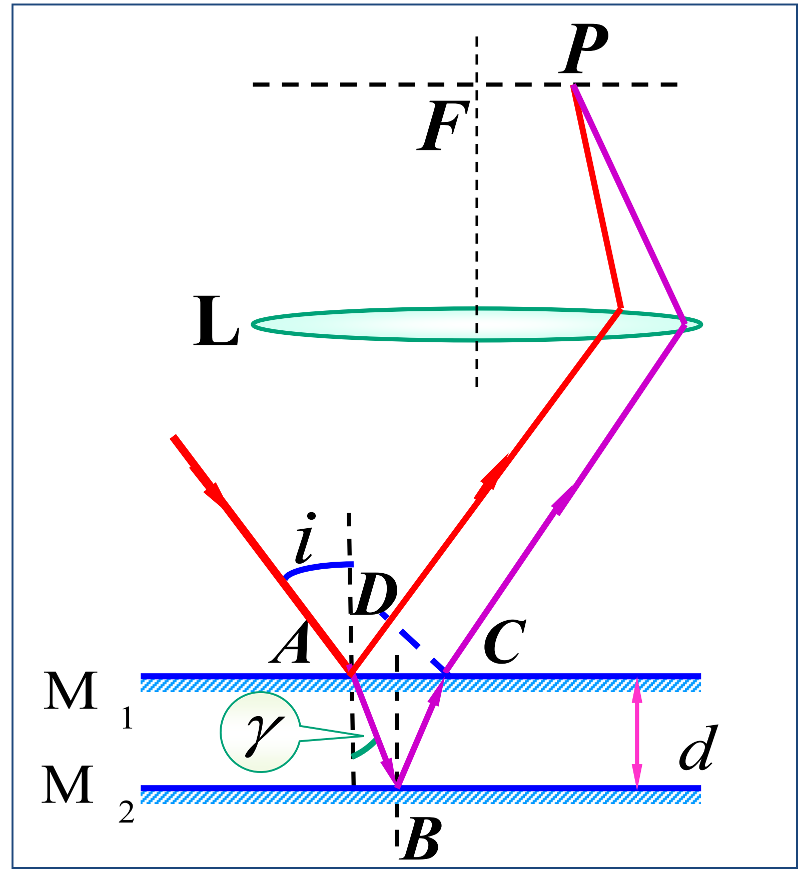
M_1垂直于 M_2　　$M_1 // M_2'$

等倾干涉

等倾干涉

n_1



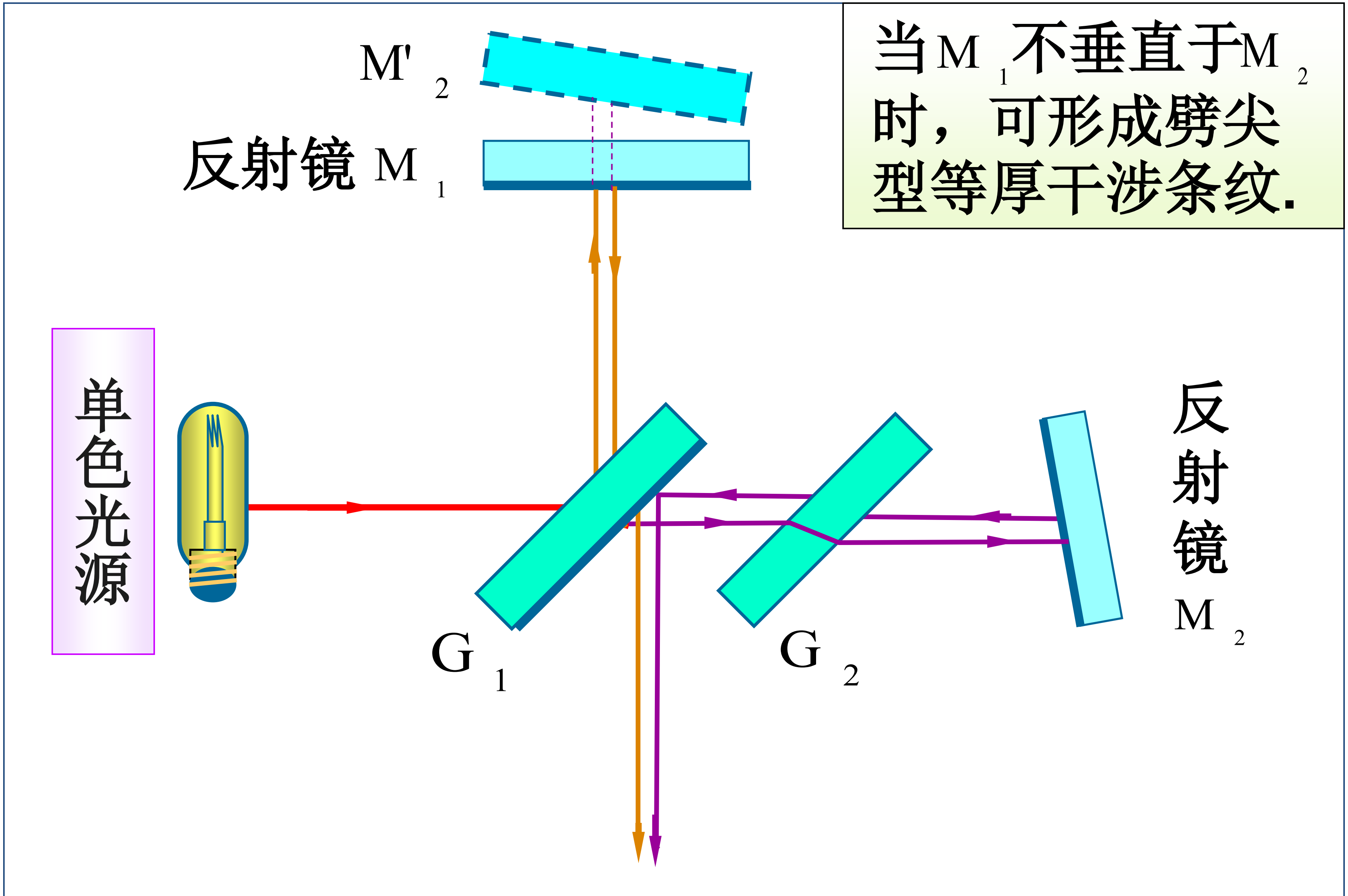


$$\varDelta_r = 2d\sqrt{1-\sin^2 i}$$

$$d = C, \quad \Delta_r = \Delta_r(i)$$

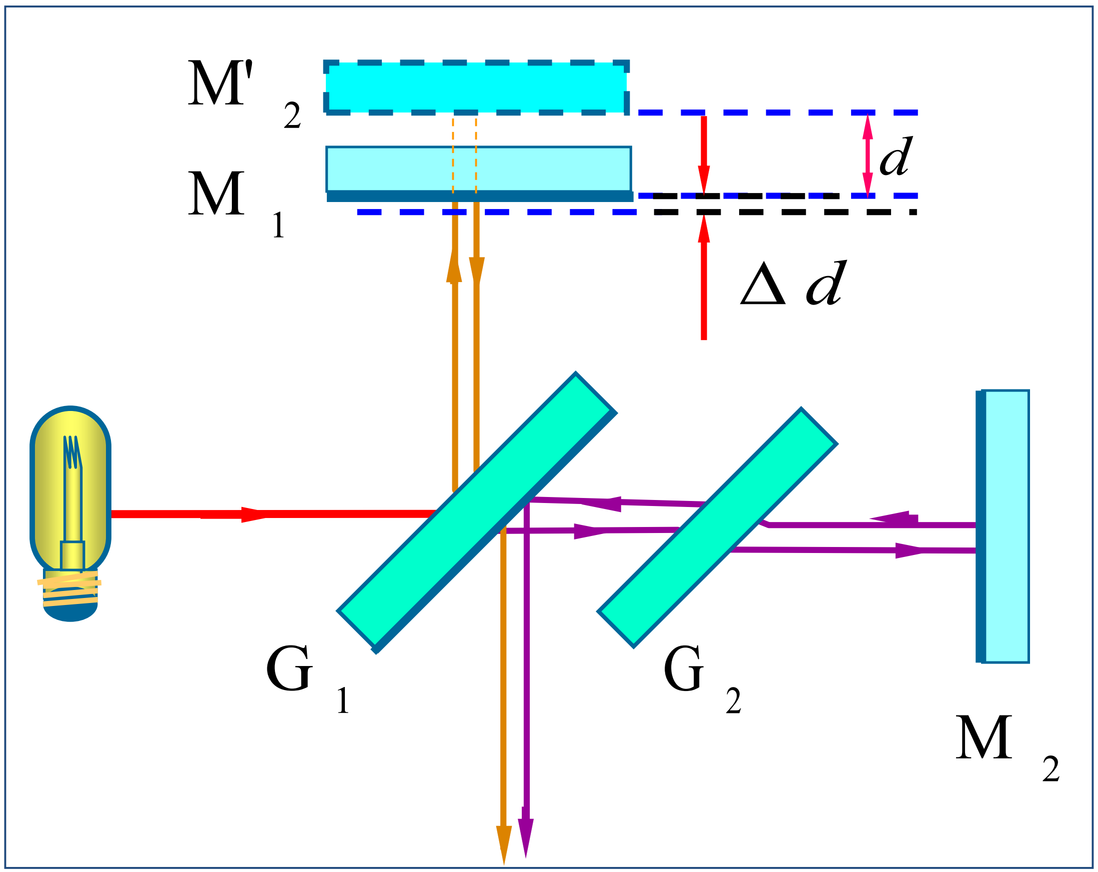
等倾干涉条纹为相同倾角入射光经 M_1、M_2 反射会聚后所形成的点的轨迹.

当 M_1 不垂直于 M_2 时，可形成劈尖型等厚干涉条纹.



3. 迈克尔孙干涉仪的主要特性

两相干光束在空间完全分开，并可用移动反射镜或在光路中加入介质片的方法改变两光束的光程差.



若M_1平移Δd时，干涉条纹移过 N 条，则有

移动反射镜 M_1

$$\Delta d = \Delta k \frac{\lambda}{2}$$

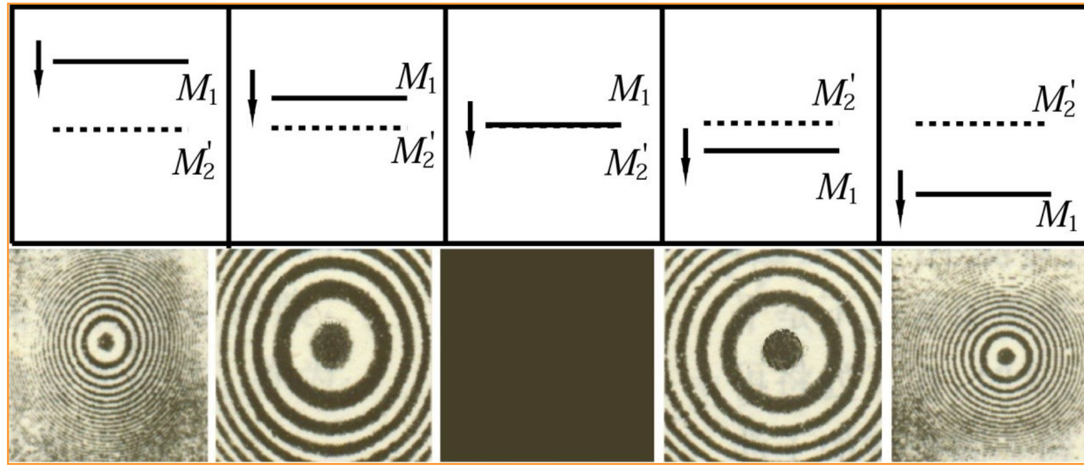
M_1移动距离

干涉条纹移动数目

条纹特点

若M'_1、M_2平行

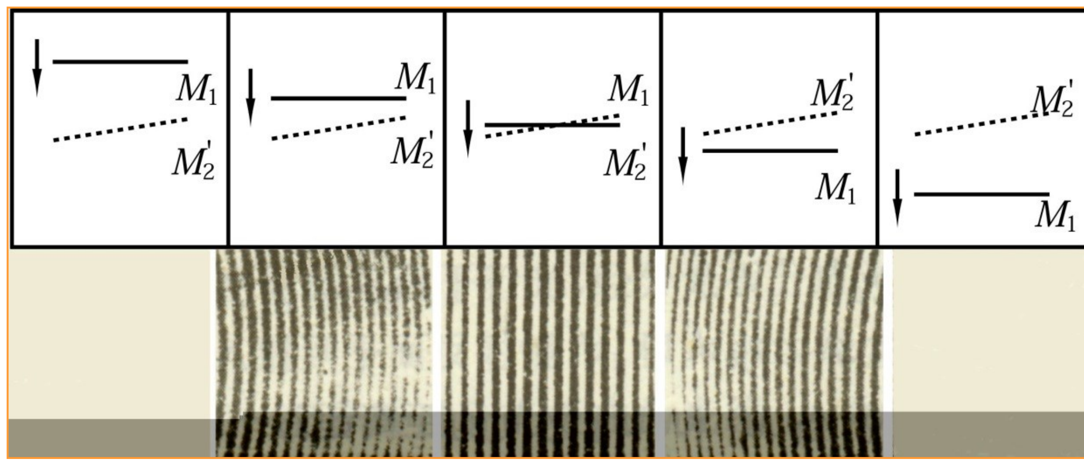
等倾条纹



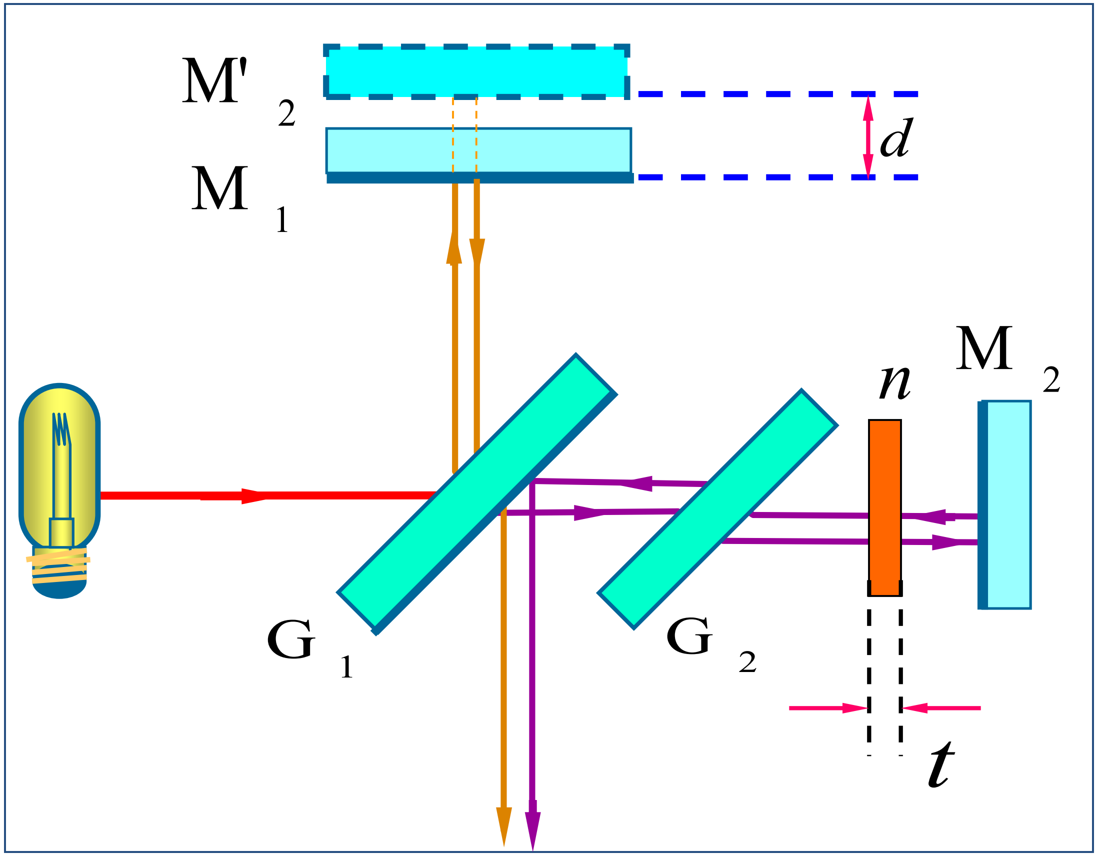
若M_1、M'_2有小夹角

光平行入射时为

等厚条纹



当M_1与M'_2之间距离变大时，圆形干涉条纹从中心一个个长出，并向外扩张，干涉条纹变密；距离变小时，圆形干涉条纹一个个向中心缩进，干涉条纹变稀。



光程差 $\Delta = 2d$

插入介质片后光程差

$$\Delta' = 2d + 2(n-1)t$$

光程差变化

$$\Delta' - \Delta = 2(n-1)t$$

介质片厚度

$$2(n-1)t = \Delta k \lambda$$

干涉条纹移动数目

$$t = \frac{\Delta k}{n-1} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

迈克耳孙干涉仪优点

设计精巧，两束相干光完全分开，可以方便的改变任一光路的光程。

迈克耳逊干涉仪的两臂中便于插放待测样品，由条纹的变化测量有关参数。精度高。

应用

- 微小位移测量 $\Delta d = N \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ **N** 为干涉条纹移动数目

- 测波长 $\lambda = \dfrac{2\Delta d}{N}$

- 测折射率 $(n-1)l = N\dfrac{\lambda}{2}$

作业

- **P208: 15/16;**
- **P209: 17/18/23;**

版权声明